

тем, учет упругого отпора с заменой его стержнями эквивалентной жесткости значительно увеличивает сложность расчетов. Кроме того, поскольку упругий отпор при расчете станций односводчатого типа незначительно изменяет моменты и нормальные силы в обделке, то он может быть исключен. Принятие увеличенных моментов позволит лишь несколько увеличить запас прочности рассчитываемой конструкции.

Таким образом, применение разработанной методики прочностного расчета односводчатой станции метрополитена без учета упругого отпора позволяет решать сложные задачи для определенных грунтовых условий с высоким уровнем точности и надежности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кудагин Н., Семёнов А. Конструкция «Тимирязевской». Метрострой, 1987, №7, с. 15.
2. Баклашов И.В., Картозия О.В. Конструкции и расчет крепей и обделок. М.: Недра, 1979, С. 148 – 152.
3. Демешко Е.А., Косицын С.Б., Сергеев В.К., Долоткин Д.Б., Косицын А.С., Потапова О.А. Современные методы прочностных расчетов в метро- и тоннелестроении /Сб. трудов науч.-практ. конф. «Подземное строительство России на рубеже ХХI века», Москва, 15–16 марта 2000.–М.:ТАР, 200. – С.200-207.
4. Демешко Е.А., Косицын С.Б., Слемзин А.Е. Пространственный расчет конструкции колонной станции метрополитена глубокого заложения. Подземное и шахтное строительство, вып. 11. М.: Недра, 1991. С. - 25-27
5. Демешко Е.А., Косицын С.Б., Слемзин А.Е. Расчет колонной станции метрополитена как пространственной конструкции. Транспортное строительство, вып. 1. М., 1992. С. - 32-35.
6. Лиманов Ю.А. Метрополитены. М.: Транспорт, 1971, С. 241 – 242.

УДК 622.271:32.001.57:502.64

И.Л. Гуменик, А.И. Панасенко, В.И. Кузьменко

### РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГЕОТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ “КАРЬЕР” И АТМОСФЕРЫ

Розроблено математичну модель взаємодії геосистеми “Кар’єр – атмосфера”, яка є складовою частиною моделі системного аналізу взаємного впливу відкритих гірничих робіт на навколошнє природне середовище. Модель базується на загальних допущеннях механіки аерозольних систем і враховує механізми конвективного переносу горизонтальної та вертикальної дифузії, гравітаційного осадження часток, їх консолідації і розпаду.

Крупные предприятия по добыче полезных ископаемых открытым способом являлись сами по себе сложными производственными объектами, неразрывно связаны с окружающей природной средой. Поэтому проектировать, строить и эксплуатировать необходимо не отдельное предприятие, а единую геотехническую систему “Карьер” с заданными горно-техническими и эколого-экономическими показателями. При этом важно знать, какое влияние оказывает эта система на природную среду. В этой связи ниже представлена математическая модель изучения динамики распространения загрязнителей от технических и техногенных объектов карьера в воздушной среде.

Исследование базируется на понятиях и методах механики сплошной среды, а также на теории и методах обыкновенных дифференциальных уравнений.

Предполагаем, что воздушная масса вместе с взвешенными в ней загрязнителями от технических и техногенных объектов карьера является сплошной средой, непрерывно заполняющей некоторую область пространства. Для описания движения сплошной среды используется подход Эйлера. При этом пара-

метры, описывающие состояние среды, относят к определенным геометрическим объемам пространства, в отличии от лагранжева подхода, когда параметры состояния связываются с материальными частицами среды.

Введем фиксированную декартову систему координат  $(x, y, z)$  и обозначим через  $t$  текущий параметр времени. В качестве параметра, характеризующего уровень загрязненности воздушной среды, используем концентрацию примесей. Пусть  $\Delta\omega$  - некоторый малый объем пространства, окружающий точку  $(x, y, z)$ , а  $\Delta q(x, y, z)$  - масса загрязнителей в этом объеме в момент времени  $t$ . Тогда концентрацию примесей определяем следующим образом

$$q(x, y, z) = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta q(x, y, z)}{\Delta\omega}. \quad (1)$$

Рассмотрим основные факторы, влияющие на изменение концентрации примесей в точке  $(x, y, z)$  пространства в момент времени  $t$ . Основываясь на экспериментальной информации и общих физических закономерностях, выделим следующие основные факторы и закономерности распространения загрязнений карьера в атмосфере:

а) непосредственный выброс загрязнений в данный объем  $\Delta\omega$ , вызванный открытыми горными работами. Очевидно, такой выброс осуществляется только в пространства, непосредственно прилегающие к карьеру. Интенсивность такого выброса будем характеризовать количеством выброшенных загрязнителей в единицу объема за единицу времени и обозначать через  $f(x, y, z, t)$ . Считаем, что функция  $f(x, y, z, t)$  является заданной.

б) распад загрязнителей вследствие химических реакций и других причин. Считаем, что скорость такого распада в некоторой точке пространства в момент времени  $t$  пропорциональна концентрации примесей в этой же точке в этот же момент времени, т.е.

$$\frac{\partial q(x, y, z, t)}{\partial t} = -\alpha q(x, y, z, t), \quad (2)$$

где  $\alpha$  - эмпирический коэффициент распада.

в) диффузия частиц загрязнителя из объемов с большей концентрацией в объемы с меньшей концентрацией. Диффузию будем характеризовать законом Фика, в соответствии с которым скорость диффузии в некотором направлении пропорциональна изменению концентрации в этом направлении. Пусть вектор  $\vec{n}$  характеризует некоторое направление в точке  $(x, y, z)$ . Очевидно, изменение концентрации в этом направлении проекцией градиента концентрации на это направление, т.е. закон Фика можно записать следующим образом

$$\frac{\partial q(x, y, z, t)}{\partial t} = -D_n \operatorname{grad} q \cdot \vec{n}, \quad (3)$$

где  $D_n$  - эмпирический коэффициент диффузии в направлении  $\vec{n}$ .

г) перенос (конвекция) частиц загрязнения вместе с движением воздуха.

Принимаем, что изменение концентрации загрязнителя вследствие конвекции в некотором направлении  $\vec{n}$  пропорционально концентрации загрязнителя  $q(x,y,z,t)$  и скорости воздуха в этом направлении:

$$\frac{\partial q(x,y,z,t)}{\partial t} = -q(x,y,z,t)\vec{v}(x,y,z,t)\vec{n}, \quad (4)$$

где  $\vec{v}(x,y,z,t)$  - скорость воздуха в точке  $(x,y,z)$  в момент времени  $t$ . Источниками конвекции являются как глобальное перемещение воздушных масс (ветер), так и вертикальные перемещения воздуха вследствие нагрева земной поверхности и теплового излучения карьера.

д) оседание частиц загрязнителя под действием силы тяжести. Очевидно, что скорость изменения концентрации примесей вследствие оседания частиц пропорциональна концентрации и скорости опускания частиц в воздушной среде. Скорость опускания частиц будем характеризовать функцией  $\phi(x,y,z,t)$ . Указанная скорость зависит от формы и размеров частиц и предполагается заданной.

е) удаление примесей из воздушной среды вследствие попадания на грунт. Этот фактор реализуется лишь в объемах среды, прилегающих к поверхности. Очевидно, оседание на грунт происходит, если в указанных объемах количество оседающих за счет сил тяжести частиц загрязнителя превосходит количество частиц, уносимых за счет диффузии, конвекции и распада.

Сформулированные закономерности включаются в общую систему дифференциальных уравнений газовой динамики. Возникающая математическая задача состоит в решении нестационарной начально-краевой задачи для системы уравнений в частных производных. Сложность такой задачи не позволяет рассчитывать на получение аналитических решений. В таких ситуациях исследователи обращаются к методам численного решения с применением быстродействующих ЭВМ. В задачах данного класса такое решение обычно основано на дискретизации начально-краевой задачи по пространственным переменным и по времени. Учитывая такую перспективу, используем иной подход, в котором дискретизация по пространственным переменным выполняется до формулировки дифференциальных уравнений.

Осуществим моделирование газопылевого облака как совокупности объемных ячеек.

Выделим достаточно большую область пространства в виде параллелепипеда, прилегающего к карьеру. Обозначим эту область через  $\Omega$  (рис. 1). Обозначим через  $a, b, h$  размеры этого параллелепипеда. Величины  $a, b, h$  считаем выбранными достаточными, чтобы учесть влияние выбросов на достаточном удалении от карьера. Введем декартову систему координат  $x, y, z$ , как показано на рис. 1.

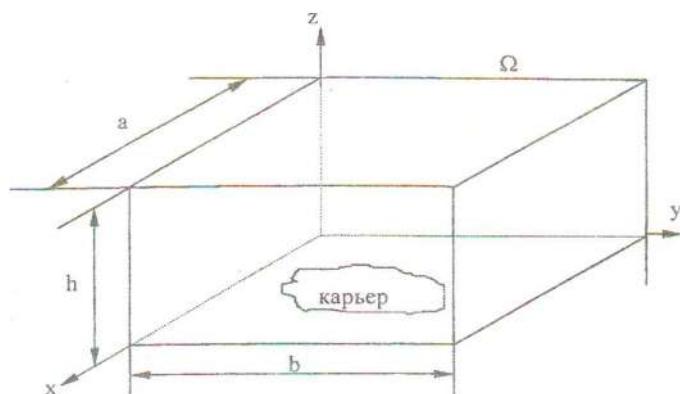


Рис. 1 - Схема к определению размеров области распространения выбросов в карьере

Разобъем объем  $\Omega$  на две ячейки в виде параллелепипедов, используя для разбиения плоскости, параллельные координатным плоскостям. Размеры ячеек могут быть различными. Это дает возможность использовать более мелкие ячейки в областях с высокой концентрацией загрязнений, и более крупные - в областях с низкой концентрацией, т.е. в более удаленных от карьера областях воздушной среды.

Введем нумерацию ячеек. Обозначим через  $k$  номер произвольного горизонтального слоя ячеек. Считаем, что слой с номером 1 прилегает к карьеру. Ряды ячеек в каждом таком слое будем нумеровать индексами  $i, j$ , употребляя индекс « $i$ » для указания ряда, перпендикулярного оси  $Ox$ , а индекс « $j$ » - для указания ряда, перпендикулярного оси  $Oy$ . Таким образом, каждая ячейка может быть пронумерована при помощи тройки целых чисел  $(i, j, k)$ . Обозначим через  $L, M, N$  количество ячеек в направлениях осей  $Ox, Oy, Oz$  соответственно. Общее количество ячеек, очевидно, равно  $L \cdot M \cdot N$ . Через  $\Delta x_i, \Delta y_j, \Delta z_k$  обозначим линейные размеры ячейки  $(i, j, k)$  (рис. 2).

В рамках выполненной дискретизации считаем, что все эйлеровы переменные, характеризующие состояние воздуха с примесями, являются постоянными в пределах каждой ячейки. Соответствие значений эйлеровых переменных определенной ячейке будем указывать индексами  $i, j, k$ , используя индекс « $k$ » как верхний, а индексы « $i$ » и « $j$ » - как нижние. При таком обозначении величина  $q_{ij}^{(k)}(t)$  характеризует среднюю концентрацию загрязнителей в ячейке  $(i, j, k)$

в момент времени  $t$ . Аналогично величины  $u_{ij}^{(k)}(t), v_{ij}^{(k)}(t), w_{ij}^{(k)}(t)$  означают компоненты вектора скорости, усредненной по ячейке  $(i, j, k)$  в момент врем-

мени  $t$ , а  $f_{ij}^{(k)}(t)$  определяет среднюю интенсивность непосредственного выброса загрязнителей в ячейку  $(i,j,k)$  в момент времени  $t$ .

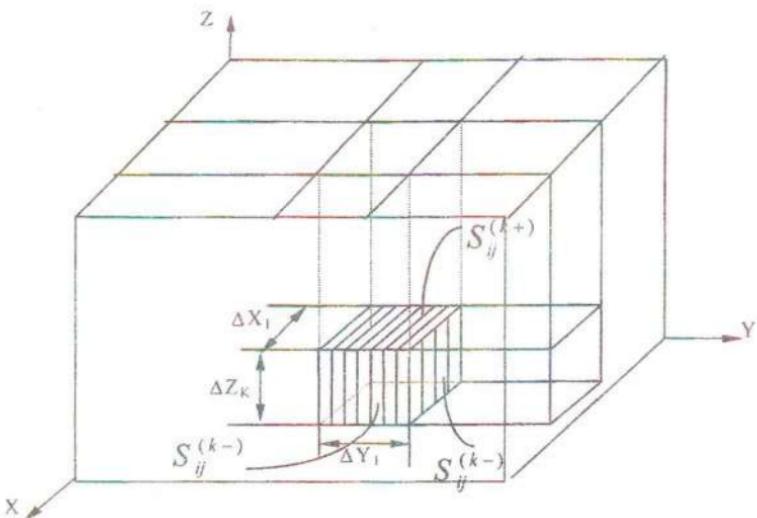


Рис. 2 - Схема к определению линейных размеров ячейки.

Обозначим через  $V_{ij}^{(k)} = \Delta x_i \cdot \Delta y_j \cdot \Delta z_k$  - объем ячейки  $(i, j, k)$ . Введем также обозначения для площадей каждой из 6 граней ячейки  $(i, j, k)$ . Пусть  $S_{ij}^{(k+)}$  и  $S_{ij}^{(k-)}$  - площади граней, нормали к которым совпадают с положительным и отрицательным направлениями оси Oz, т.е. площади верхней и нижней грани ячейки. Аналогично, площади боковых граней этой ячейки получают такие обозначения:  $S_{i+,j}^{(k)}; S_{i-,j}^{(k)}; S_{i,j+}^{(k)}; S_{i,j-}^{(k)}$ .

Рассмотрим теперь составляющие изменения  $\Delta q_{ij}^{(k)}(t)$  средней концентрации загрязнителя в ячейке  $(i,j,k)$  за время  $\Delta t$ . Считаем, что эти изменения вызваны указанными выше факторами. Переформируем полученные выше соотношения с учетом выполненной полудискретизации.

1. Изменение интенсивности непосредственного выброса загрязнений в ячейку  $(i,j,k)$  за время  $t$  равно

$$(1) \Delta q_{ij}^{(k)} = \frac{f_{ij}^{(k)}}{V_{ij}^{(k)}} \Delta t. \quad (5)$$

2. Определим изменение концентрации загрязнителя в ячейке  $(i, j, k)$  за время  $\Delta t$  вследствие распада частиц загрязнителя:

$$(2) \Delta q_{ij}^{(k)} = -\alpha q_{ij}^{(k)} \Delta t. \quad (6)$$

3. Оценим концентрации загрязнителя, вызванные диффузией частиц. Фактически необходимо определить диффузию частиц загрязнителя из соседних ячеек в данную ячейку (считая, что соответствующее значение концентрации является положительным) и диффузию из данной ячейки в соседние (считая изменение концентрации отрицательным).

Данная ячейка имеет 6 соседних ячеек, примыкающих к ней по граням  $S_{i+1,j}^{(k)}$ ;  $S_{i-1,j}^{(k)}$ ;  $S_{i,j+1}^{(k)}$ ;  $S_{i,j-1}^{(k)}$ ;  $S_{i,j}^{(k+)}$ ;  $S_{i,j}^{(k-)}$ . Заменим производные по пространственным координатам, входящие в (3), соответствующими конечными разностями, относя значения к центрам ячеек. Допускаем, что значения коэффициентов горизонтальной и вертикальной диффузии могут различаться, обозначим их через  $D_h$  и  $D_v$ .

Тогда аналог соотношения (3) имеет вид

$$(3) \Delta q_{ij}^{(k)} = \left[ D_h \frac{q_{i-1,j}^{(k)} - q_{ij}^{(k)}}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})/2} \cdot S_{i-1,j}^{(k)} + D_h \frac{q_{i+1,j}^{(k)} - q_{ij}^{(k)}}{(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})/2} \cdot S_{i+1,j}^{(k)} + \right. \\ \left. + D_h \frac{q_{ij-1}^{(k)} - q_{ij}^{(k)}}{(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})/2} \cdot S_{ij-1}^{(k)} + D_h \frac{q_{ij+1}^{(k)} - q_{ij}^{(k)}}{(\Delta y_i + \Delta y_{i+1})/2} \cdot S_{ij+1}^{(k)} + \right. \\ \left. + D_v \frac{q_{ij}^{(k+1)} - q_{ij}^{(k)}}{(\Delta z_{i+1} + \Delta z_i)/2} \cdot S_{ij}^{(k+1)} + D_v \frac{q_{ij}^{(k-1)} - q_{ij}^{(k)}}{(\Delta z_i + \Delta z_{i-1})/2} \cdot S_{ij}^{(k-1)} \right] \frac{\Delta t}{V_{ij}^{(k)}}. \quad (7)$$

Рассмотрим изменение концентрации загрязнителя в ячейке  $(i,j,k)$  вследствие конвекции. Прием подсчета такого изменения объясним на примере конвекции через одну из граней данной ячейки, для определенности, через грань  $S_{i,j+1}^{(k)}$ :

4. Определяем среднюю скорость в направлении оси  $y$  по двум смежным ячейкам, имеющим общую грань  $S_{i,j+1}^{(k)}$ :  $\bar{v}_{i,j}^{(k)} = \frac{1}{2}(v_{i,j}^{(k)} + v_{i,j+1}^{(k)})$ .

Если  $\bar{v}_{ij}^{(k)}$  будет величиной положительной, т.е. направление проекции  $\vec{v}$  на ось  $y$  совпадает с направлением внешней по отношению к ячейке  $(i, j, k)$  нормали  $\kappa S_{i,j+1}^{(k)}$ , то это означает, что через грань  $S_{i,j+1}^{(k)}$  загрязнитель выносится наружу, т.е. в соседнюю ячейку. Изменение концентрации в ячейке  $(i, j, k)$

равно, очевидно, количеству вещества, вынесенного через  $S_{i,j+}^{(k)}$  за время  $\Delta t$ , и деленного на объем этой ячейки :

$$(IV) \quad \Delta q_{ij}^{(k)} \Big|_{S_{i,j+}^{(k)}} = \frac{-q_{ij}^{(k)} |v_{i,j+}^{(k)}| S_{i,j+}^{(k)} \Delta t}{V_{ij}^{(k)}}, \quad v_{i,j+} \geq 0.$$

Знак « - » указывает, что концентрация загрязнителя уменьшается.

Если же величина  $v_{i,j+}^{(k)}$  будет отрицательной, то происходит увеличение концентрации за счет приноса примеси из ячейки  $(i, j+1, k)$ .

Получаем

$$(IV) \quad \Delta q_{ij}^{(k)} \Big|_{S_{i,j+}^{(k)}} = \frac{-q_{i,j+}^{(k)} |v_{i,j+}^{(k)}| S_{i,j+}^{(k)} \Delta t}{V_{ij}^{(k)}}, \quad v_{i,j+} < 0.$$

Совершенно аналогично можно записать такие же выражения для изменения концентрации примесей вследствие конвекции через остальные 5 граней ячейки  $(i, j, k)$ .

Запишем теперь выражение для полного изменения концентрации при конвекции через всю поверхность ячейки. Считаем, что время  $\Delta t$  достаточно мало, чтобы изменение концентрации вследствие конвекции через одну из граней привело бы к изменению потока загрязнителей через другие грани. Получаем следующее выражение для  $(IV) q_{ij}^{(k)}$  :

$$\begin{aligned} IV q_{ij}^{(k)} = & \left[ \begin{array}{c} q_{i-1,j}^{(k)} \\ -q_{i,j}^{(k)} \end{array} \right] \frac{S_{i-1,j}^{(k)} |v_{i-1,j}^{(k)}| \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} + \left[ \begin{array}{c} -q_{i,j}^{(k)} \\ q_{i+1,j}^{(k)} \end{array} \right] \frac{S_{i+1,j}^{(k)} |v_{i+1,j}^{(k)}| \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} + \\ & + \left[ \begin{array}{c} q_{i,j-1}^{(k)} \\ -q_{i,j}^{(k)} \end{array} \right] \frac{S_{i,j-1}^{(k)} |v_{i,j-1}^{(k)}| \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} + \left[ \begin{array}{c} -q_{i,j}^{(k)} \\ q_{i,j+1}^{(k)} \end{array} \right] \frac{S_{i,j+1}^{(k)} |v_{i,j+1}^{(k)}| \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} + \\ & + \left[ \begin{array}{c} q_{i,j}^{(k-1)} \\ -q_{i,j}^{(k)} \end{array} \right] \frac{S_{i,j}^{(k-1)} |v_{i,j}^{(k-1)}| \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} + \left[ \begin{array}{c} -q_{i,j}^{(k)} \\ q_{i,j}^{(k+1)} \end{array} \right] \frac{S_{i,j}^{(k+1)} |v_{i,j}^{(k+1)}| \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} \end{aligned} \quad (8)$$

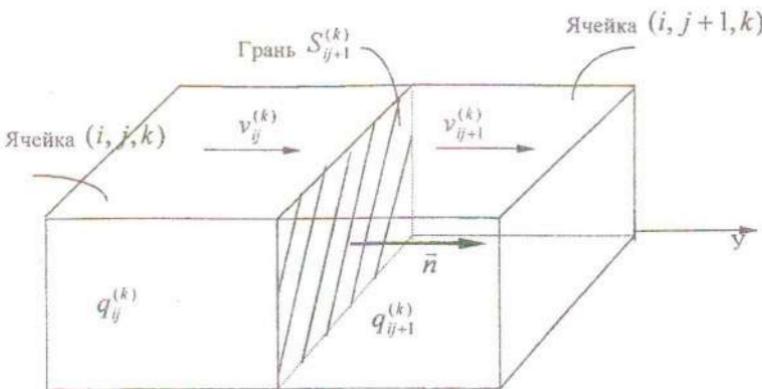


Рис. 3 - Схема к определению диффузии частиц загрязнения.

В квадратных скобках, которые назовем альтернативными, следует взять только одну из величин - верхнюю, если соответствующее значение  $\bar{v}$  отрицательно, и нижнюю, если  $\bar{v} \geq 0$ .

5. При подсчете изменения концентрации примесей вследствие опускания частиц под действием силы тяжести следует учитывать, что внос и вынос частиц происходит только через поверхности  $S_{ij}^{(k-)}$  и  $S_{ij}^{(k+)}$ , причем через  $S_{ij}^{(k-)}$  происходит вынос частиц, а через  $S_{ij}^{(k+)}$  - внос частиц. Тогда изменение концентрации загрязнителя вследствие опускания частиц равно

$$(V) q_{ij}^{(k)} = \frac{q_{ij}^{(k-)} \frac{1}{2} (\Phi_{ij}^{(k)} + \Phi_{ij}^{(k-1)}) S_{ij}^{(k-)} \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} + \frac{q_{ij}^{(k+1)} \frac{1}{2} (\Phi_{ij}^{(k)} + \Phi_{ij}^{(k+1)}) S_{ij}^{(k+)} \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} = \\ = \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{V_{ij}^{(k)}} \left[ q_{ij}^{(k+1)} (\Phi_{ij}^{(k)} + \Phi_{ij}^{(k+1)}) S_{ij}^{(k+)} - q_{ij}^{(k+1)} (\Phi_{ij}^{(k)} + \Phi_{ij}^{(k-1)}) S_{ij}^{(k-)} \right] \quad (9)$$

6. Оценим изменение концентрации частиц загрязнителя в ячейках, прилегающих к поверхности земли. Принимаем следующие допущения:

а) диффузия и конвекция через нижнюю грань в данных ячейках отсутствуют;

б) допускается формальный переход частиц загрязнителя через нижнюю грань вследствие действия сил веса;

в) количество загрязнителя, прошедшего через нижнюю грань за определенное время, принимается за количество примесей, осевших на земную поверхность в пределах данной ячейки.

Из сделанных допущений следует, что выражения для изменения концентрации вследствие выброса, распада и опускания под действием силы тяжести в ячейках, прилегающих к земной поверхности, будут такими же, как и во внутренних ячейках. В выражениях для изменения концентрации примесей вследствие диффузии и конвективного переноса следует формально положить  $I S_{ij}^{k-} = 0$ .

Разработка модели развития процесса распространения пылегазового облака из карьера заключается в следующем.

Предполагаем, что каждый из описанных факторов влияет на изменение концентрации примесей независимо от остальных, т.е. суммарное изменение концентрации равно сумме изменений концентрации для каждого из факторов:

$$\Delta q_{ij}^{(k)} = (I) \Delta q_{ij}^{(k)} + (II) \Delta q_{ij}^{(k)} + (III) \Delta q_{ij}^{(k)} + (IV) \Delta q_{ij}^{(k)} + (V) \Delta q_{ij}^{(k)}.$$

Сложим соотношения (5)-(9), разделим обе части на  $\Delta t$  и перейдем к пределу при  $\Delta t \rightarrow 0$ . В результате получаем следующее обыкновенное дифференциальное уравнение, соответствующее ячейке  $(i, j, k)$ :

$$\begin{aligned} & \frac{dq_{ij}^{(k)}}{dt} = \frac{f_{ij}^{(k)}}{V_{ij}^{(k)}} - \alpha q_{ij}^{(k)} + \frac{1}{V_{ij}^{(k)}} * \\ & * \left[ D_h \frac{q_{i-1,j}^{(k)} - q_{ij}^{(k)}}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})/2} \cdot S_{i-,j}^{(k)} + D_h \frac{q_{i+1,j}^{(k)} - q_{ij}^{(k)}}{(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})/2} \cdot S_{i+,j}^{(k)} + \right. \\ & + D_h \frac{q_{ij-1}^{(k)} - q_{ij}^{(k)}}{(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})/2} \cdot S_{ij-}^{(k)} + D_h \frac{q_{ij+1}^{(k)} - q_{ij}^{(k)}}{(\Delta y_i + \Delta y_{i+1})/2} \cdot S_{ij+}^{(k)} + \\ & + D_v \frac{q_{ij}^{(k+1)} - q_{ij}^{(k)}}{(\Delta z_{i+1} + \Delta z_i)/2} \cdot S_{ij}^{(k+)} + D_v \frac{q_{ij}^{(k-1)} - q_{ij}^{(k)}}{(\Delta z_i + \Delta z_{i-1})/2} \cdot S_{ij}^{(k-)} \left. \right] \frac{\Delta t}{V_{ij}^{(k)}} + \\ & + \left[ \begin{array}{c} q_{i-1,j}^{(k)} \\ -q_{i,j}^{(k)} \end{array} \right] \frac{S_{i-,j}^{(k)} |v_{i-,j}^{(k)}| \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} + \left[ \begin{array}{c} -q_{i,j}^{(k)} \\ q_{i+1,j}^{(k)} \end{array} \right] \frac{S_{i+,j}^{(k)} |v_{i+,j}^{(k)}| \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} + \\ & + \left[ \begin{array}{c} q_{i,j-1}^{(k)} \\ -q_{i,j}^{(k)} \end{array} \right] \frac{S_{ij-}^{(k)} |v_{ij-}^{(k)}| \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} + \left[ \begin{array}{c} -q_{i,j}^{(k)} \\ q_{i,j+1}^{(k)} \end{array} \right] \frac{S_{ij+}^{(k)} |v_{ij+}^{(k)}| \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} + \quad (10) \\ & + \left[ \begin{array}{c} q_{i,j}^{(k-1)} \\ -q_{i,j}^{(k)} \end{array} \right] \frac{S_{i,j}^{(k-)} |v_{i,j}^{(k-)}| \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} + \left[ \begin{array}{c} -q_{i,j}^{(k)} \\ q_{i,j}^{(k+)} \end{array} \right] \frac{S_{i,j}^{(k+)} |v_{i,j}^{(k+)}| \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} + \\ & + \left[ \begin{array}{c} q_{i,j}^{(k-1)} \\ -q_{i,j}^{(k)} \end{array} \right] \frac{S_{i,j}^{(k-)} |v_{i,j}^{(k-)}| \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} + \left[ \begin{array}{c} -q_{i,j}^{(k)} \\ q_{i,j}^{(k+)} \end{array} \right] \frac{S_{i,j}^{(k+)} |v_{i,j}^{(k+)}| \Delta t}{V_{ij}^{(k)}} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{V_{ij}^{(k)}} \left[ q_{ij}^{(k+1)} \left( \Phi_{ij}^{(k)} + \Phi_{ij}^{(k+1)} \right) S_{ij}^{(k+1)} - q_{ij}^{(k+1)} \left( \Phi_{ij}^{(k)} + \Phi_{ij}^{(k-1)} \right) S_{ij}^{(k-1)} \right]$$

Записывая такие уравнения для каждой из ячеек, получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка, записанную в нормальной форме. Количество неизвестных функций  $q_{ij}^{(k)}(t)$  равно количеству ячеек; количество уровней вида (10) равно количеству неизвестных функций.

Сформулируем задачу Коши для данной системы. Зададим следующие начальные условия:

$$q_{ij}^{(k)}(0) = q_{ij}^{(k)}, \forall (i, j, k), \quad (11)$$

т.е. считаем заданным концентрацию примесей в начальный момент времени, так называемую фоновую концентрацию. Задача заключается в решении системы уравнений (10) при начальных условиях (11).

Данная модель является составной частью более общей модели взаимодействия геотехнической системы «Карьер» с окружающей природной средой (литосферой, атмосферой, гидросферой).

УДК 622.411.522:622.411.332

А.И. Панасенко

### **РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЫЛЕГАЗОВОГО ОБЛАКА В АТМОСФЕРЕ**

Розроблено та реалізовано на мові Turbo Pascal алгоритм рішення задачі поширення пилегазової хмари в атмосфері, який включає в себе підсистему графічного відображення процесу поширення забруднень кар'єра в навколошні природне середовище. Реалізація математичної моделі та програмних засобів дасть можливість візуальної імітації поширення забруднень кар'єра в повітряному середовищі, при різних сценаріях технологічного процесу в кар'єрі з урахуванням екологічних аспектів проблеми.

Решение задачи распространения пылегазового облака карьера в атмосфере осуществляется в рамках более общей математической модели взаимодействия геотехнической системы «Карьер» с компонентами окружающей природной среды (литосферой, атмосферой и гидросферой). Предметом изучения является решение системы уравнений вида

$$\frac{dq_{ij}^{(k)}}{dt} = \frac{f_{ij}^{(k)}}{V_{ij}^{(k)}} - \alpha q_{ij}^{(k)} + \frac{1}{V_{ij}^{(k)}} *$$